ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XII Сем. **№ 133.** № 1.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Съ перенесеніемъ редакціи и изданія нашего „Вѣстника“ изъ Кіева въ Одессу, вслѣдствіе благосклоннаго участія многихъ новыхъ сотрудниковъ и непрерывнаго накопленія матеріала, объемъ журнала, съ 1892 года, пришлось увеличить. Это дастъ намъ возможность въ I-мъ, научномъ отдѣлѣ расширить рубрики: 1) *новыхъ открытій и изобрѣтеній*, съ удѣленіемъ должнаго мѣста быстрому прогрессу электротехники; 2) *извлеченій* изъ иностранныхъ и русскихъ спеціальныхъ журналовъ, сконцентрированныхъ теперь въ редакціи въ достаточно полномъ комплектѣ, и выдающихся по своему общеинтересному содержанію сочиненій; 3) *библіографическихъ* указаній, справокъ, разныхъ текущихъ извѣстій, корреспонденцій и пр. Во II-мъ, учебно-вспомогательномъ отдѣлѣ, кромѣ статей и замѣтокъ педагогическаго характера, задачъ, темъ и рѣшеній (за подписью авторовъ), мы сочли своевременнымъ предложить съ 1892 г. для коллективой разработки сотрудниками журнала нѣкоторые спорные вопросы, а именно: 1) Какъ должно быть поставлено преподаваніе элементовъ геометріи (см. статьи г. Житкова, начиная съ настоящаго № В. О. Ф.) какъ въ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ, такъ и въ техническихъ и ремесленныхъ; 2) тотъ же вопросъ по отношенію къ преподаванію физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ (см. статью автора новаго учебника физики, г. Бердникова, въ № 128 В. О. Ф.). Кромѣ того мы открыли (съ XI семестра) новую рубрику задачъ, предложенныхъ на испытаніяхъ зрѣлости въ гимназіяхъ и на окончательныхъ испытаніяхъ въ реальныхъ учили-

щахъ *). Съ настоящаго № начинаемъ также печатать, составляемый по оффиціальнымъ даннымъ, *Библіографическій листокъ*, въ которомъ читатели найдутъ рѣшительно всѣ вновь выходящіе на русскомъ языкѣ сочиненія, учебники или новыя ихъ изданія, относящіеся къ области физико-математическухъ наукъ **).— Отдѣлу практическихъ указаній для лицъ, завѣдующихъ физическими кабинетами, лабораторіями и для экспериментаторовъ любителей тоже будетъ удѣлено должное мѣсто, въ виду неоднократныхъ заявленій о томъ со стороны читателей и учителей физики.

Для окончательнаго урегулированія нашего изданія, мы приложимъ всѣ старанія, чтобы достигнуть, наконецъ, въ 1892 году правильности выпуска №№, по два въ мѣсяцъ.

Подписная цѣна—остается прежняя, т. е. 6 рублей въ годъ, и 3 рубля въ полугодіе. Однакожъ, въ виду увеличивающагося спроса на нашъ журналъ, мы нашли возможнымъ, съ начала 1892 года, предоставить право *подписки на льготныхъ условіяхъ* (4 руб. въ годъ, 2 руб. въ полугодіе) не только всѣмъ учащимся, студенческимъ общежитіямъ, ученическимъ пансіонамъ и квартирамъ, отдѣльнымъ курсамъ и классамъ учебныхъ заведеній, учителямъ и учительницамъ низшихъ училищъ, и пр., но и *всѣмъ вообще частнымъ лицамъ, не имѣющимъ возможности вносить полной платы за журналъ.* Просимъ только принять во вниманіе, что льготная подписка допускается лишь при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи, но не черезъ книжные магазины.

Полныхъ комплектовъ (132-хъ) номеровъ В. О. Ф., вышедшихъ съ начала изданія до 1892 года и продаваемыхъ нынѣ по 22 рубля, остается въ складѣ редакціи лишь нѣсколько экземпляровъ. Комплекты за отдѣльные семестры (кромѣ II-го, который отдѣльно уже не продается) стоятъ по 2 руб. 50 коп. съ пересылкою.

Въ книжный складъ нашей редакціи переданы для продажи: 1) Комплекты за $188^{4}/_{5}$ и $188^{5}/_{6}$ учебные годы (по 18 №№ въ годъ) „*Журнала Элементарной Математики*“, издававшагося въ теченіе двухъ лѣтъ профессоромъ В. П. Ермаковымъ въ Кіевѣ и преобразованнаго затѣмъ, въ 1886 году, въ „Вѣстникъ Оп. Физики и Эл. Математики“; цѣна годоваго комплекта — 4 р. 40 коп. съ пересылкой; 2) Комплекты за 1890 и 1891 гг. журнала „*Помощь Самообразованію*“, издававшагося г. Тельнихинымъ въ г. Саратовѣ

---

*) Чтобы не лишать возможности пользоваться, для той-же цѣли, и на будущее время накопляющимся въ этой рубрикѣ матеріаломъ, рѣшеній упомянутыхъ задачъ печатать не будемъ, развѣ въ особо исключительныхъ и поучительныхъ случаяхъ.

**) Библ. листокъ этотъ, составляемый въ хронологическомъ порядкѣ, по мѣрѣ выхода книгъ съ печати, начинаемъ приблизительно съ 1 Дек. 1891 г. и впредь будемъ вести безъ всякихъ перерывовъ и пропусковъ.

и прекратившагося въ 1891 году *); цѣна каждаго отдѣльнаго тома 1 руб. 50 коп. съ пересылкой.

Напоминаемъ въ заключеніе, что всѣ читатели и подписчики В. О. Ф. приглашаются быть его сотрудниками и корреспондентами.

Адресъ: Г. Одесса, Редакція „Вѣстника Опытной Физики" **).

КЪ УЧЕНІЮ ОБЪ АТОМАХЪ.

Благодаря нашимъ учебникамъ физики и, въ большей еще мѣрѣ, учебникамъ химіи, воззрѣнія на природу большинства образованныхъ людей основаны преимущественно на гипотезѣ атомистическаго строенія матеріи; усвоивъ ее, обыкновенно въ юные еще годы, въ первобытномъ Демокритовскомъ ея изданіи ***), мы незамѣтно привыкаемъ толковать объ атомахъ, какъ о чемъ то вполнѣ доступномъ нашему воображенію. Поверхностное знакомство съ одной стороны съ формальными законами химическихъ соединеній, а съ другой—съ кинетической теоріей газовъ, нерѣдко способствуетъ только еще большему увлеченію въ сторону той ложной точки зрѣнія, съ которой изученіе явленій природы сводится къ детальному разбору продуктовъ собственной фантазіи, къ

---

*) Всего было выпущено 5 томовъ этого популярно-научнаго сборника.

**) Хотя корреспонденція, направляемая въ нашу редакцію по адресу: «*Въ Канцелярію Попечителя Одесскаго Учебнаго Округа*», и доходитъ по назначенію, но мы просимъ придерживаться вышеуказаннаго адреса, въ особенности для писемъ денежныхъ. Адресъ редакціи Одесскому почтамту извѣстенъ, а намъ крайне неудобно получать почту въ двухъ мѣстахъ. Контора редакціи помѣщается на Нѣжинской ул. въ д. № 18.

***) Зародышъ атомистической гипотезы, равно какъ и краеугольнаго ея камня—закона постоянства матеріи, находится уже въ ученіи *Анаксагора* (500—428 до Р. Х.), который въ сочиненіи своемъ «О природѣ» (извѣстномъ лишь по отрывкамъ) говоритъ между прочимъ: «Греки ошибочно предполагаютъ, будто что либо начинается или прекращается; ничто не возникаетъ вновь и не уничтожается: все сводится къ сочетанію и перестановкѣ вещей, существовавшихъ отъ вѣка. Вѣрнѣе было бы признать возникновеніе сочетаніемъ, а прекращеніе—расторженіемъ.» Болѣе опредѣленно идея атомистическаго строенія матеріи была развита *Демокритомъ* изъ Абдеры (460—370 до Р. Х.), однимъ изъ самыхъ выдающихся философовъ того времени, ученикомъ *Левкиппа*. Демокритъ принималъ, что вселенная состоитъ изъ пустого пространства и безконечнаго множества недѣлимыхъ, мельчайшихъ частичекъ, атомовъ, отличающихся по очертанію, положенію и распредѣленію; тѣла возникаютъ и исчезаютъ черезъ сочетаніе и расторженіе атомовъ; движеніе атомовъ обусловливается не вліяніемъ какой либо внѣшней, независимой отъ нихъ, силы, а дѣйствіемъ силы, присущей имъ самимъ отъ вѣка; всѣ атомы находятся въ состояніи постояннаго паденія черезъ безконечное пространство; при этомъ движеніи, крупные атомы падаютъ быстрѣе мелкихъ, наталкиваются на нихъ и производятъ боковыя движенія или вихри, при посредствѣ которыхъ атомы сплачиваются въ тѣла. Ученіе Демокрита было принято *Эпикуромъ* (341 — 270 до Р. Х.) и его послѣдователями, а *Лукрецій* (96—55 до Р. Х.) изложилъ его въ стихотворной формѣ въ сочиненіи «De natura rerum».

каковымъ, безспорно, относятся прежде всего всѣ спеціальныя свойства, произвольно приписываемыя *недѣлимымъ*, или—какъ нѣкоторые предпочитаютъ называть—*недѣлящимся* *) матеріальнымъ атомамъ. Лучшимъ доказательствомъ той популярности, какою пользуется, у насъ въ Россіи по крайней мѣрѣ, грубый лжереализмъ воззрѣній на сокровеннѣйшія тайны мірозданія, можетъ служить великое множество новыхъ гипотезъ, нарождающихся чуть не ежегодно для разрѣшенія всѣхъ нерѣшенныхъ вѣками вопросовъ, авторы которыхъ съ особеннымъ усердіемъ и крайнею безцеремонностью прилагаютъ свои, подчасъ весьма остроумныя даже, разсужденія къ неупругимъ либо упругимъ, вращающимся либо невращающимся атомамъ, къ ихъ движеніямъ, колебаніямъ, соудареніямъ, къ ихъ эѳирнымъ атмосферамъ, къ ихъ тяготѣнію, группировкѣ, сродству по различнымъ направленіямъ и пр. пр. **). Въ интересахъ дальнѣйшаго правильнаго развитія натуральной философіи, попавшей на надлежащій плодотворный путь лишь со временъ Галилея и Ньютона, вышеуказанное направленіе, quasi-реальное, а въ сущности лишь абсолютно фантастическое, должно признать тѣмъ болѣе вреднымъ, что, благодаря своей заманчивой легкости и общедоступности, оно проникаетъ въ молодые умы, еще недостаточно готовые оцѣнить всю безплодность для науки этихъ умозрительныхъ миражей, и впослѣдствіи сильно тормозитъ усвоеніе современно-научныхъ и гораздо болѣе скромныхъ взглядовъ на задачи природопознанія.

Одною изъ наиболѣе опасныхъ подготовительницъ такого ложнаго направленія, является, по моему мнѣнію, гипотеза объ атомахъ, внесенная въ начальные учебники безъ должной осторожности и оговорокъ.

Самую существенную изъ числа этихъ оговорокъ, съ которой слѣдовало бы начинать атомистическое ученіе какъ въ физикѣ, такъ и въ химіи, составляетъ обязательное разъясненіе *условности* всякой гипотезы вообще, а разсматриваемой — въ частности. Мнѣ казалось бы полезнымъ даже прибѣгнуть въ этомъ случаѣ къ возможно нагляднымъ сравненіямъ и аналогіямъ, напримѣръ, въ родѣ слѣдующихъ:

1) Потребность опредѣленности понятій о такихъ *величинахъ, которыя состоятъ изъ многихъ однородныхъ предметовъ*, научила людей *счету;* распространеніе той же потребности на величины *непрерывныя*—привело къ *измѣренію,* т. е. опять таки къ счету, но

---

*) *О. Хвольсонъ:* «Популярныя лекціи объ основныхъ гипотезахъ физики», стр. 84.

**) См., напр., въ послѣднее время гипотезы Ягна, Ярковскаго (который во второй своей книжкѣ «Новый взглядъ на причины метеорологическихъ явленій» доразсуждался уже до того, что измѣненія атмосфернаго давленія приписываетъ измѣненіямъ силы тяжести, забывъ, что въ такомъ случаѣ барометръ (ртутный) ничего бы не показывалъ), Александрова, Полетики (выпустившаго на дняхъ свой «Опытъ матеріальной теоріи электричества и магнетизма».) и проч. и проч.

не предметными единицами, а *условными*. Какъ счетъ предметами вызвалъ идею о *цѣлыхъ числахъ*, такъ измѣреніе условными единицами вызвало идеи о числахъ *дробныхъ* и *несоизмѣримыхъ*.

Пространство и время—это тѣ двѣ величины, въ непрерывности которыхъ мы не можемъ сомнѣваться; къ нимъ, слѣдовательно, прилагается измѣреніе условными единицами, и всякій отлично понимаетъ эту условность, знаетъ, напр., что по пути движенія земли вокругъ солнца нѣтъ разставленныхъ природою никакихъ верстовыхъ столбовъ, что на поверхности нашей планеты нѣтъ никакого экватора, раздѣленнаго на 360 частей, что въ теченіи вѣчнаго бытія нѣтъ ни секундъ, ни минутъ, ни вѣковъ и пр. пр.

Мы по необходимости должны были приписать всѣ свойства величины и *матеріи*, изъ которой состоятъ всѣ вещественные предметы, но—къ какому разряду величинъ она относится, къ такимъ ли, которыя состоятъ изъ отдѣльныхъ однородныхъ предметовъ, или къ такимъ, которыя могутъ измѣняться непрерывно—*этого мы не только не знаемъ, но и никогда знать не можемъ*. — На какомъ бы изъ двухъ вышеуказанныхъ предположеній не остановиться—каждое будетъ только *гипотезой*, и ни одной изъ нихъ нельзя будетъ никогда ни доказать, ни опровергнуть, ибо вопросъ этотъ лежитъ внѣ предѣловъ нашихъ познаній.

Выбравъ первое допущеніе—какъ это и сдѣлалъ Демокритъ—приходимъ къ гипотезѣ атомистическаго строенія вселенной; съ этой точки зрѣнія *масса есть величина, измѣняющаяся скачками*, а потому подлежащая счету по предметнымъ единицамъ, самой природою уже установленнымъ; ихъ мы и называемъ *атомами*.—Химія, основанная на такой гипотезѣ, будетъ только приложеніемъ ариѳметики цѣлыхъ чиселъ.

Остановившись на второмъ предположеніи—какъ это сдѣлалъ Аристотель *)—мы должны понимать *массу какъ величину измѣняющуюся непрерывно*, подобно пространству и времени, а потому подлежащую измѣренію условными лишь единицами; ничто намъ не

*) *Аристотель* (384—322 до Р. Х.) не признавалъ ученія атомистовъ; напротивъ, онъ принималъ, что въ природѣ нѣтъ ни пустого пространства, ни мельчайшихъ недѣлимыхъ частичекъ матеріи. Онъ считалъ даже *движеніе невозможнымъ въ пустотѣ* и—почемъ знать?—быть можетъ, онъ былъ правъ, не взирая на слабость діалектическихъ его доказательствъ этой невозможности. — Схоластическій догматъ: «horror vacui» былъ грубымъ послѣдствіемъ Аристотелевскаго отрицанія пустоты.

Послѣдователемъ такого же взгляда на непрерывность матеріи былъ впослѣдствіи и *Декартъ* (Renatus Cartesius 1596—1650). Не признавая ни атомовъ, ни пустоты въ пространствѣ, онъ приписывалъ матеріи одно лишь свойство — протяженность; на движеніе тѣлъ онъ тоже смотрѣлъ съ Аристотелевской точки зрѣнія—какъ на удаленіе изъ сосѣдства однихъ, соприкасающихся тѣлъ, въ сосѣдство другихъ. Отрицая всякія притягательныя и отталкивательныя силы между частями матеріи, онъ создалъ для объясненія образованія вселенной свою *гипотезу вихрей*, къ которой вернемся еще ниже, когда будемъ говорить о кольцевыхъ атомахъ Томсона.

запрещаетъ назвать эти условныя единицы тоже *атомами*, но въ такомъ случаѣ было уже нелѣпостью вѣрить въ реальное ихъ существованіе, такъ же какъ и въ верстовые столбы пространства. Химія, въ этомъ случаѣ, можетъ стремиться къ такому *выбору этихъ условныхъ единицъ, при которомъ иррацiональность по возможности устраняется.*

Отсюда, какъ мнѣ кажется, достаточно ясно, что принятіе атомистической гипотезы въ основу всѣхъ космогоническихъ воззрѣній, въ томъ видѣ, въ какомъ она предлагается нашими учебниками, является лишь однимъ изъ двухъ возможныхъ предположеній, и—нельзя сказать, какъ я ниже постараюсь это показать—чтобы въ настоящее время допущеніе Демокритовское было болѣе вѣроятнымъ нежели Аристотелевское.

2) Позволю себѣ еще одну аналогію. *Стоимость* чего нибудь, очевидно, есть величина, которая въ зависимости отъ того, къ какому относится предмету, можетъ измѣняться либо скачками, либо непрерывно. Не смотря на это, мы—какъ при счетѣ ея, такъ и при измѣреніи—пользуемся одною и тою же условною денежною единицею, выражая *цѣну* всегда въ цѣлыхъ числахъ такихъ единицъ (напр. копѣекъ) и пренебрегая дробными и несоизмѣримыми остатками. Не зная ничего о томъ, есть ли такіе остатки при воображаемомъ дѣленіи данной массы на атомы, но глубоко убѣжденные, что въ случаѣ ихъ существованія мы никакими средствами не могли бы въ этомъ убѣдиться на опытѣ, не въ правѣ ли мы сказать, что *атомъ—это химическая копѣйка, которую наука выбрала для возможности сравнительной оцѣнки вещества?*

Вторая оговорка относится къ разъясненію, что атомистическая гипотеза, съ надлежащей осторожностью принимаемая, вовсе не должна предрѣшать вопроса о распредѣленіи матеріи въ пространствѣ. Подробнѣе побесѣдуемъ объ этомъ въ слѣдующей статьѣ. *Ш.*

(Продолженіе слѣдуетъ).

КАКЪ СЛѢДУЕТЪ НАЧИНАТЬ

ПРЕПОДАВАНІЕ ГЕОМЕТРІИ?

Введеніе.

При началѣ занятій по геометріи въ системѣ общепринятыхъ учебниковъ, составленныхъ по Эвклиду или Лежандру, гдѣ въ основѣ лежатъ чисто формальныя, логическія опредѣленія и аксіомы, замѣчается какое то угнетающее вліяніе этого предмета на учениковъ. Ученики теряются передъ требованіями учителя, недоумѣваютъ передъ доказательствами вещей, которыя имъ ясны

и безъ всякихъ доказательствъ, и уже ни въ какомъ случаѣ не могутъ постигнуть связи этихъ доказательствъ съ основными аксіомами и опредѣленіями. Фактъ этотъ не подлежитъ сомнѣнію, и если онъ не всегда проявляется во всей своей силѣ, то исключительно благодаря тому, что учителя не придерживаются строго той системы, въ которой излагаютъ курсъ, а даютъ большій или меньшій просторъ непосредственнымъ представленіямъ ученика и не насилуютъ его еще слабо дисциплинированнаго ума чисто формальными выводами изъ отвлеченно формальныхъ опредѣленій и аксіомъ.

Правда, эта дисциплина ума, которая путемъ толковаго преподаванія точныхъ наукъ достигается всего лучше и наиболѣе цѣнна, должна быть цѣлью обученія, но для достиженія ея нужны и соотвѣтствующія средства. Точность и строгая логичность чисто дедуктивной системы, которая столь дорога и увлекательна для учителя, можетъ быть совершенно чужда ученику на данной ступени его развитія и при нѣкоторыхъ условіяхъ способна скорѣе подавить его логику, чѣмъ поднять и развить ее. Не понимая требованій учителя и желая удовлетворить имъ, ученикъ начинаетъ заучивать разъясненія учителя и въ концѣ концовъ приходитъ къ убѣжденію въ свой неспособности мыслить самостоятельно.

Чувствуя и сознавая это, учителя, а часто и составители учебниковъ, путемъ компромиссовъ стремятся ослабить вліяніе принятой ими системы, но никакіе компромиссы не въ силахъ помочь дѣлу, по существу—компромиссъ безсиленъ въ борьбѣ съ системой.

Намъ представляется болѣе цѣлесообразнымъ измѣнить начало преподаванія геометріи, отведя въ немъ болѣе мѣста нашимъ непосредственнымъ пространственнымъ представленіямъ. При этомъ задачи на построеніе, рѣшаемыя помощью циркуля и линейки, должны пріобрѣсти существенное значеніе въ самой системѣ курса. Путемъ построенія ученики будутъ знакомиться съ новыми геометрическими объектами, построенія будутъ непосредственно предшествовать теоремамъ и тѣмъ самымъ указывать путь ихъ доказательства, задачи на построеніе дадутъ ученикамъ возможность закрѣпить въ ихъ умѣ пройденное, описанія уже исполненныхъ построеній будутъ пріучать учениковъ къ математической формѣ изложенія. Словомъ задачи въ этомъ курсѣ будутъ играть существенную роль и ученики на первыхъ же порахъ обученія пріобрѣтутъ возможность не только сказать, но и показать, что и какъ они поняли, а это имѣетъ существенно важное значеніе въ дѣлѣ обученія.

Но прежде чѣмъ перейти къ изложенію системы такого курса, мы позволимъ себѣ сдѣлать экскурсію въ область общепринятой системы изложенія геометріи и провѣрить, насколько эта си-

стема свободна отъ положеній, принимаемыхъ въ силу нашихъ непосредственныхъ пространственныхъ представленій и насколько она можетъ быть обоснована исключительно на тѣхъ началахъ, которыя въ ней приняты явно въ формѣ аксіомъ и постулатовъ.

Обратимся къ первоисточнику этой системы — Элементамъ Эвклида и къ геометріи Лежандра, система котораго легла въ основу большинства нашихъ учебниковъ.

Начнемъ съ понятія о прямой. „Двѣ прямыя линіи не могутъ заключать пространства“ (Аксіома 12 Эвклида) или, что то же, „отъ одной точки къ другой можно провести только одну прямую“ (Лежандръ). Слѣдовательно, здѣсь говорится объ ограниченной прямой, объ отрѣзкѣ прямой. Является поэтому вопросъ объ ея продолженіи. Вопросъ этотъ обыкновенно не разсматривается въ элементарныхъ курсахъ геометріи и, согласно постулату № 2 Эвклида, принимается непосредственно на основаніи нашихъ представленій о прямой. То же дѣлаетъ и Лежандръ. Но съ точки зрѣнія чисто формальной науки этого недостаточно, такъ какъ здѣсь прежде всего возникаетъ вопросъ о томъ, что значитъ продолжить прямую, а затѣмъ каково будетъ это продолженіе, т. е. будетъ-ли это продолженіе тоже прямая и будетъ ли оно единственнымъ *).

Въ нѣкоторыхъ руководствахъ этотъ вопросъ разсматривается со всею подробностью, при чемъ устанавливается какъ понятіе о продолженіи прямой, такъ и то, что это продолженіе будетъ единственнымъ. Но если дать себѣ трудъ проанализировать эти доказательства, то окажется, что въ нихъ неявно входятъ всѣ элементы нашего непосредственнаго *представленія о прямой* и что эти доказательства съ точки зрѣнія чисто формальной науки не выше непосредственнаго допущенія возможности единственнаго продолженія прямой.

Другимъ существеннымъ вопросомъ является вопросъ о пересѣченіи прямыхъ. Обыкновенно допускаютъ, что двѣ прямыя могутъ имѣть только одну общую точку и что въ этомъ случаѣ части одной изъ этихъ прямыхъ лежатъ по различнымъ сторонамъ другой. Установленіе этого послѣдняго условія чрезвычайно важно, такъ какъ безъ него нѣтъ напр. понятія о вертикальныхъ углахъ. Все это какъ у Эвклида, такъ и въ общеупотребительныхъ курсахъ допускается, какъ *непосредственно очевидное*, но встрѣчаются попытки доказать на основаніи принятыхъ свойствъ прямой необходимость указаннаго выше относительнаго расположенія частей пересѣкающихся прямыхъ.

Анализируя и эти доказательства, мы убѣждаемся, что въ нихъ еще въ большей степени, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ, вводятся наши непосредственныя *представленія о формѣ прямой*. Дѣйствительно, самое понятіе *о сторонѣ*, есть понятіе непосредственно связанное съ нашими пространственными представленіями

*) Послѣднее Лежандръ доказываетъ.

и не поддается формальному опредѣленію безъ предварительнаго понятія о пересѣченіи прямыхъ.

Я уже не говорю о томъ, что въ большинствѣ руководствъ не доказывается, вслѣдъ за Лежандромъ, теорема о сравнительной величинѣ прямой и ломаной, какъ это дѣлаетъ Эвклидъ, и свойство прямой быть кратчайшею изъ всѣхъ линій между двумя точками выбирается, какъ ея опредѣленіе.

Чтобы избѣжать всѣхъ указанныхъ выше вопросовъ, нѣкоторые авторы уклоняются отъ опредѣленія прямой и всѣ аксіомы и постулаты, выражающіе ея свойства, замѣняютъ нашимъ непосредственнымъ представленіемъ объ этой линіи.

Обратимся теперь къ такъ называемымъ симметричнымъ фигурамъ. Пусть напр. даны два такихъ треугольника, въ которыхъ элементы одного соотвѣтственно равны элементамъ другого, но расположены въ обратномъ порядкѣ. Такіе два треугольника на плоскости несовмѣстимы и чтобы совмѣстить ихъ, надо одинъ изъ нихъ снять съ плоскости, перевернуть и обратной стороной опять наложить на плоскость. Только послѣ этой операціи данные треугольники могутъ быть совмѣщены. Но для того, чтобы мы могли совершить эту предварительную операцію, мы должны знать условіе совмѣстимости плоскостей, а объ этомъ трактуется обыкновенно лишь въ отдѣлѣ стереометріи. Поэтому въ планиметріи слѣдовало бы ограничиться разсмотрѣніемъ указанныхъ выше треугольниковъ аналогично тому, какъ мы разсматриваемъ симметричные многогранники, т. е. не говорить о ихъ совмѣстимости, въ противномъ же случаѣ слѣдуетъ разсмотрѣть предварительно условія, опредѣляющія положеніе плоскости въ пространствѣ. Но обыкновенно, основываясь на нашихъ непосредственныхъ *представленіяхъ*, утверждаютъ совмѣстимость такихъ треугольниковъ безъ доказательства условія совмѣстимости плоскостей.

Возьмемъ еще одинъ вопросъ, на который я долженъ обратить особенное вниманіе. Въ самомъ началѣ курса геометріи обыкновенно доказывается, что сумма двухъ сторонъ треугольника больше, а разность ихъ меньше третьей стороны, т. е. устанавливается условіе *необходимое* для того, чтобы три отрѣзка прямой могли составить треугольникъ. Достаточность же этого условія показывается лишь въ статьѣ объ относительномъ положеніи окружностей. Тамъ, правда не всегда удачно, доказывается, что если сумма радіусовъ двухъ окружностей больше, а разность ихъ меньше разстоянія между центрами, то эти окружности пересѣкутся. Въ промежуткѣ же между этими двумя теоремами предлагается цѣлый рядъ задачъ, рѣшеніе которыхъ можетъ быть строго обосновано лишь тогда, когда установлено условіе пересѣченія двухъ окружностей. Къ числу такихъ задачъ принадлежитъ между прочимъ задача о построеніи треугольника по тремъ даннымъ сторонамъ, а также задача о построеніи равносторонняго треугольника, которою Эвклидъ начинаетъ свои Элементы. Для

возможности рѣшенія этихъ задачъ, а особенно основной задачи въ Элементахъ Эвклида, гдѣ она играетъ существенно важную роль въ самой системѣ курса, *необходимо принять на основаніи нашихъ непосредственныхъ пространственныхъ представленій, что двѣ окружности могутъ пересѣкаться по одну сторону ихъ линіи центровъ лишь въ одной точкѣ.*

Не желая утомлять читателя примѣрами, ограничимся приведенными, изъ которыхъ, намъ кажется, можно видѣть, что какъ система Эвклида, такъ и система Лежандра, а вмѣстѣ съ нею и большинство нашихъ курсовъ элементарной геометріи *далеко не свободны отъ положеній, принимаемыхъ за очевидныя на основаніи нашихъ непосредственныхъ пространственныхъ представленій.*

Въ виду этого намъ слѣдуетъ рѣшить вопросъ о значеніи этихъ положеній въ курсѣ элементарной геометріи и о той роли, какую они могутъ имѣть въ этомъ курсѣ. Но прежде чѣмъ перейти къ рѣшенію этого вопроса, позволю себѣ сдѣлать небольшое отступленіе и прослѣдить тѣ основныя положенія, на которыхъ строится элементарный курсъ ариѳметики.

Предполагая понятіе объ единицѣ даннымъ, мы можемъ на основаніи его построить рядъ натуральныхъ чиселъ и доказать его безпредѣльность. Пользуясь этимъ рядомъ, мы можемъ точно опредѣлить понятіе о сложеніи и *доказать* существованіе суммы для всякихъ чиселъ, взятыхъ изъ этого ряда. Устанавливая при помощи того же ряда законы сочетательный и перемѣстительный, мы можемъ на нихъ основать способъ производства сложенія въ связи съ принятою системою счисленія. Переходя къ обратному дѣйствію, мы можемъ *доказать* существованіе разности для всякихъ чиселъ натуральнаго ряда, если только уменьшаемое стоитъ въ этомъ ряду выше вычитаемаго. Выходя за предѣлы этихъ ограниченій, мы приходимъ къ строго опредѣленной задачѣ, выражаемой формулой

$$1 + x = 1,$$

которая даетъ строгое опредѣленіе новому числу — нулю. Нуль по этому опредѣленію есть число, которое, будучи прибавлено къ единицѣ, не измѣняетъ ее.

Расширивъ натуральный рядъ чиселъ этимъ новымъ числомъ, мы можемъ себѣ предложить еще вполнѣ опредѣленную задачу, выражаемую формулою

$$1 + x = 0,$$

которая даетъ строгое опредѣленіе новаго числа -1, обладающаго тѣмъ свойствомъ, что оно, будучи прибавлено къ положительной единицѣ, даетъ въ суммѣ нуль. Отсюда возможность расширить натуральный рядъ чиселъ присовокупленіемъ къ нему еще ряда чиселъ отрицательныхъ, для которыхъ можно также вполнѣ строго обосновать понятіе о сложеніи и вычитаніи. Тѣмъ же путемъ можно разсмотрѣть и остальныя дѣйствія.

Въ такой системѣ курсъ ариѳметики не уступитъ по своей строгости и стройности Началамъ Эвклида. Но если бы мы попробовали въ среднемъ учебномъ заведеніи проходить курсъ ариѳметики по этой системѣ, то увидѣли бы, что она произведетъ на учениковъ не менѣе удручающее впечатлѣніе, чѣмъ геометрія, преподаваемая при началѣ обученія по системѣ Эвклида.

По счастію, ариѳметику обыкновенно такъ не преподаютъ даже тогда, когда ее называютъ „теоретическою", какъ это сдѣлалъ Бертранъ. Обыкновенно въ основу курса ариѳметики кладутъ понятіе о множественности, совокупности предметовъ и изъ него черпаютъ весь матеріалъ, необходимый для обоснованія курса. И отъ такой постановки курса, ариѳметика, какъ учебный предметъ, ничего не теряетъ, выигрывая лишь въ простотѣ и ясности для учениковъ. Жаль только, что и въ старшихъ классахъ учебныхъ заведеній при повтореніи курса система остается та же.

Теперь является вопросъ, почему же не излагать и геометрію въ подобной же системѣ, имѣя въ виду успѣхъ самого дѣла обученія?

Говоря о системѣ геометріи, нельзя не коснуться еще вопроса о методѣ доказательствъ, такъ какъ и здѣсь являются условія, затрудняющія усвоеніе курса при началѣ обученія. Мы имѣемъ въ виду непрямой методъ доказательства. Начальныя теоремы геометріи по своей очевидности можно поставить на ряду съ аксіомами, принимаемыми безъ доказательства. Разница между ними лишь въ количествѣ заключающагося въ нихъ матеріала. И вотъ одну изъ такихъ теоремъ, въ истинности которой ученикъ никогда не сомнѣвался, ему предлагаютъ доказать. Недоумѣвая предъ этимъ требованіемъ, ученикъ еще могъ бы понять смыслъ доказательства, если бы оно имѣло характеръ *разъясненія*—почему этотъ очевидный для него фактъ, утреждаемый въ теоремѣ, долженъ имѣть мѣсто. Но вмѣсто этого ему доказываютъ, на основаніи смутно имъ понимаемыхъ отвлеченно-формальныхъ опредѣленій и аксіомъ, что этотъ очевидный для него фактъ не можетъ быть инымъ. Въ этомъ онъ никогда и не сомнѣвался, а необходимость этого доказательства для удержанія стройности формальной системы, онъ постигнуть еще не въ силахъ. Такимъ образомъ и здѣть ученикъ повергается въ недоумѣніе. Я не хочу этимъ сказать, что ученика не слѣдуетъ знакомить съ этимъ сильнымъ и можетъ быть самымъ общимъ методомъ доказательства, но я утверждаю, что примѣненіе его при началѣ обученія и притомъ для доказательства теоремъ, истинность которыхъ очевидна, можетъ привести ученика въ полное недоумѣніе, тѣмъ болѣе что и доказательства эти носятъ нерѣдко чисто діалектическій характеръ.

Если подобная система преподаванія еще можетъ держаться въ нашихъ гимназіяхъ въ силу традиціи, что во всякомъ случаѣ на нашъ взглядъ прискорбно, то тѣмъ менѣе было бы желатель-

но видѣтъ господство этой системы въ нарождающихся у насъ техническихъ училищахъ, гдѣ методъ преподаванія, въ основаніи котораго лежатъ геометрическія построенія, былъ бы всего болѣе цѣлесообразенъ. *С. Житковъ.*

(Продолженіе слѣдуетъ.)

ОТКРЫТІЯ И ИЗОБРѢТЕНІЯ.

Новая летательная машина, проектированная *G. Trouvé* и возбудившая всеобщій интересъ, основана на томъ же принципѣ, какъ и обыкновенный барометръ-анероидъ, или металлическій манометръ съ трубочкой, изогнутой кольцомъ. Извѣстно, что при перемѣнѣ давленія внѣ или внутри такой герметически закрытой трубки, концы ея будутъ измѣнять свое относительное положеніе вслѣдствіе нарушенія равновѣсія между давленіемъ на стѣнки и ихъ упругостью. Поэтому, если бы, напримѣръ, атмосферное давленіе мѣнялось періодически правильно, то возрастая до нѣкотораго предѣла, то убывая до первоначальной величины, то трубочка барометра анероида съ такою же правильностью закручивалась бы и раскручивалась, и, слѣдовательно, приспособивъ къ ея концамъ нѣкоторый передаточный механизмъ, мы превратили бы такой барометръ въ машину, въ двигатель, который могъ бы выполнять извѣстную работу. Исходя изъ этой идеи, G. Trouvé превратилъ такую изогнутую металлическую трубку въ летающій снарядъ, придѣлавъ къ ея концамъ соотвѣтственной величины крылья, каждый взмахъ которыхъ обусловливается быстрымъ измѣненіемъ давленія внутри трубки. Такимъ образомъ для приведенія крыльевъ въ правильное движеніе необходимо только вызывать внутри трубки періодически-правильные увеличенія и уменьшенія давленія. Съ этою цѣлью изобрѣтатель предполагаетъ воспользоваться взрывами гремучаго газа, или—лучше сказать—смѣси водорода, достаточный запасъ котораго можно имѣть въ сильно сжатомъ состояніи въ небольшомъ и, поэтому, нетяжеломъ резервуарѣ, съ воздухомъ. На представленной имъ однакожъ въ Парижскую Академію Наукъ модели, гремучая смѣсь замѣнена попросту порохомъ (что, конечно, менѣе удобно), двѣнадцать зарядовъ котораго, расположенные во вращающемся барабанѣ подобно зарядамъ обыкновеннаго револьвера, взрываютъ автоматически черезъ правильные промежутки времени, при чемъ образующіеся при такихъ выстрѣлахъ газы, распространяясь внутрь металлической трубки, вызываютъ всякій разъ быстрое увеличеніе давленія и вмѣстѣ съ тѣмъ — одинъ взмахъ крыльевъ. Эти послѣднія сдѣланы на подобіе крыльевъ птичьихъ. Перпендикулярно трубкѣ и крыльямъ, по направленію оси того несомкнутаго кольца, какое образуетъ трубка, расположены съ одной стороны хвостъ, помогающій плавности полета, а съ другой — нѣчто въ

родѣ клюва, или направляющаго руля, состоящаго изъ вертикально расположенной небольшой и тонкой металлической пластинки. Весь снарядъ, съ зарядами, вѣситъ только $3^1/_2$ килограмма (около $8^1/_2$ фунтовъ). Благодаря вышеразъясненному дѣйствію 12-и взрывовъ, онъ пролетаетъ по воздуху отъ 75 до 80 метровъ (около 110 аршинъ), и послѣ послѣдняго, двѣнадцатаго взмаха крыльевъ, плавно опускается на землю.

Трудно сказать напередъ, найдетъ ли снарядъ г. Труве практическое примѣненіе въ разрѣшеніи столь важнаго вопроса о воздухоплаваніи, но во всякомъ случаѣ идею примѣненія къ полету свойствъ изогнутыхъ упругихъ трубокъ, нельзя не привѣтствовать, какъ весьма остроумную и многообѣщающую уже потому, что ею дается возможность въ дальнѣйшей технической разработкѣ этого вопроса окончательно отказаться отъ аэростатовъ, наполняемыхъ водородомъ, и болѣе приблизиться къ подражанію природѣ, которая не создала вѣдь ни одной птицы или насѣкомаго болѣе легкаго, чѣмъ воздухъ.

Могутъ ли газы электризовать треніемъ металлы? Вопросъ этотъ, рѣшенный въ утвердительномъ смыслѣ опытами Spring'a и Sohncke, недавно былъ подвергнутъ изслѣдованію въ Берлинѣ доцентомъ *Wesendonck*'омъ. Экспериментируя съ воздухомъ, сжатымъ въ стальныхъ бомбахъ подъ давленіемъ въ 100 атмосферъ и тщательно высушеннымъ и очищеннымъ отъ пыли, онъ получилъ результатъ вполнѣ отрицательный: треніе струи совершенно чистаго воздуха о металлы не вызываетъ въ послѣднихъ никакого электричества. Приходится поэтому предположить, что при подобныхъ же опытахъ Spring и Sohncke имѣли въ своемъ распоряженіи воздухъ недостаточно чистый отъ пылинокъ; и дѣйствительно, самая ничтожная примѣсь послѣднихъ къ воздуху, дѣлаетъ его способнымъ электризовать при треніи различные проводники. Другой интересный результатъ опытовъ Wesedonck'a заключается въ томъ, что при замѣнѣ воздуха очищенной углекислотой, электризація обнаруживается весьма замѣтно, даже при меньшей скорости истеченія изъ резервуара. По мнѣнію автора, это обусловливается присутствіемъ мельчайшихъ частичекъ жидкой углекислоты, образующихся при процессѣ истеченія въ самой струѣ. Послѣдній опытъ, слѣдовательно, напоминаетъ возбужденіе электричества въ машинѣ Армстронга, въ которой, какъ извѣстно, существенную роль играетъ треніе о стѣнки отверстій не водяного пара, а уносимыхъ имъ мельчайшихъ капель воды.

Усовершенствованіе въ изготовленіи постоянныхъ магнитовъ. Извѣстно, что стальные магниты съ теченіемъ времени ослабѣваютъ, и что они легко размагничиваются при нагрѣваніи и при нѣсколько болѣе сильныхъ сотрясеніяхъ, напр., при ударѣ молоткомъ, иногда даже при паденіи на полъ и пр. *). Въ виду этого

*) Въ одномъ изъ прежнихъ №№ (см. № 15 В. О. Ф.) мы упоминали, что и при намагничиваніи (посредствомъ тока) механическія сотрясенія оказы-

заслуживаетъ полнаго вниманія усовершенствованіе въ изготовленіи магнитовъ, достигнутое гг. Strouhal и Barus. Они убѣдились, что магниты отличаются замѣчательнымъ постоянствомъ и нечувствительностью къ повышеніямъ температуры и механическимъ сотрясеніямъ, когда они приготовлены изъ стали, имѣющей твердость стекла, по слѣдующему пріему: стальная полоса заданной формы и указанной выше твердости, нагрѣвается въ паровой ваннѣ до 100° С. и должна оставаться въ этой ваннѣ не менѣе 20—30 часовъ; послѣ этого она тщательно намагничивается и еще разъ подвергается нагрѣванію въ парахъ воды въ теченіе 5 часовъ. Опыты надъ потерею магнитизма такъ приготовленныхъ магнитовъ дали прекрасные результаты: нагрѣваніе до температуръ не выше 100° оставалось почти безъ всякаго вліянія, а 50 сильныхъ ударовъ по продольному и поперечному направленію уменьшило магнитный моментъ среднимъ числомъ на $^1/_{400}$.

Дерево, какъ метеорологическая лѣтопись. Профессоръ Новороссійскаго университета *Ѳ. Н. Шведовъ*, въ годичномъ собраніи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей 17 января текущаго года *), сдѣлалъ сообщеніе о такъ называемыхъ имъ „дендрометрическихъ" наблюденіяхъ и ихъ значеніи для метеорологіи. Разсматривая поперечный разрѣзъ стволовъ деревьевъ разныхъ породъ, всякій, вѣроятно, замѣчалъ нѣкоторое различіе въ толщинѣ тѣхъ наслоеній, которыя представляютъ собою ежегодныя наростанія ствола и даютъ, поэтому, легкій способъ оцѣнки возраста дерева.

Наблюдая такіе разрѣзы нѣсколькихъ срубленныхъ въ 1882 г. въ Одессѣ акацій, проф. Шведовъ замѣтилъ явно бросающуюся въ глаза аналогію въ расположеніи ихъ наслоеній, а именно— что болѣе тѣсное и болѣе широкое расположеніе двухъ сосѣднихъ слоевъ для различныхъ экземпляровъ акацій, соотвѣтствуетъ однимъ и тѣмъ же годамъ, если считать таковые отъ времени срубки назадъ по наслоеніямъ въ направленіи отъ периферіи къ центру. Объясняется это вполнѣ естественно тѣмъ обстоятельствомъ, что ежегодный приростъ всѣхъ деревьевъ данной мѣстности находится въ прямой зависимости отъ климатическихъ условій: чѣмъ обильнѣе бываетъ годъ дождями, тѣмъ энергичнѣе будетъ и ростъ растеній и тѣмъ толще, стало быть, будетъ то наслоеніе, которое такой влажный годъ оставитъ дереву въ наслѣдство; наоборотъ, годамъ засухи, вслѣдствіе которой деревья такъ страдаютъ, будутъ соотвѣтствовать наиболѣе тощія наслоенія. Такимъ образомъ поперечный разрѣзъ ствола даетъ намъ не только лѣтопись

ваютъ вліяніе; такъ, процессъ намагничиванія ускорится, когда во время пропусканія тока по намагничивающей катушкѣ будемъ слегка постукивать по стальному стержню молоткомъ.

*) Въ этомъ же собраніи профессоромъ Клоссовскимъ былъ доложенъ отчетъ о результатахъ послѣднихъ экскурсій для глубоководнаго изслѣдованія Чернаго моря; съ содержаніемъ этого въ высшей степени интереснаго отчета познакомимъ читателей въ слѣдующихъ №№.

возраста и болѣе или менѣе энергичнаго проявленія жизненности дерева по отдѣльнымъ годамъ, но еще и живую метеорологическую запись, которая иногда, при отсутствіи другихъ данныхъ, можетъ служить цѣннымъ матеріаломъ при изученіи мѣстныхъ особенностей климата.

Чтобы устранить всякія сомнѣнія въ вопросѣ о существованіи связи между относительною толщиною слоевъ древесины и относительнымъ количествомъ дождей въ соотвѣтственные этимъ слоямъ годы, проф. Шведовъ построилъ дендрометрическую кривую, на основаніи среднихъ выводовъ изъ наблюденій надъ нѣсколькими экземплярами, которой абсциссы изображаютъ время въ годахъ, а ординаты—толщину слоевъ, отнесенную къ постоянному радіусу. Такая кривая, для одесскихъ деревьевъ составленная, весьма наглядно обнаружила девятилѣтній періодъ, черезъ который толщина слоевъ достигаетъ своего minimum'a. Годами, соотвѣтствующими этимъ minimum'амъ оказались: 1872, 1863, 1854 и 1853, т. е. тѣ именно года, которые по плювіометрическимъ наблюденіямъ, собраннымъ за это время референтомъ, отличались засухой и неурожайностью. Кромѣ такого девятилѣтняго періода, замѣчается еще для Одессы, какъ по дендрометрическимъ, такъ и по плювіометрическимъ кривымъ, другой меньшій періодъ въ три года, черезъ который наступаетъ minimum 2-го порядка.

Если на основаніи прошлаго рискнуть проникнуть въ будущее, то, ведя счетъ по девятилѣтнему періоду дальше, прійдемъ къ годамъ: 1881 и 1890, которые должны бы по этой гипотезѣ отличаться сухостью. И дѣйствительно эти годы для юга Россіи памятны какъ неурожайные по причинѣ засухи. Проф. Шведовъ, на своихъ прекрасно отполированныхъ и демонстрированныхъ въ засѣданіи дощечкахъ съ поперечными разрѣзами, замѣтилъ еще, что тощія наслоенія чаще всего попадаются по два подъ рядъ, т. е. что въ теченіе девятилѣтняго періода два года сряду отличаются засухами, что еще разъ подтверждается тѣмъ напр. фактомъ, что не только 1890, но и 1891 г., какъ это всѣмъ слишкомъ хорошо помнится, были сухіе и потому крайне неблагопріятные.

Для того чтобы можно было полагаться на дендрометрическія наблюденія, необходимо, конечно, выбирать стволы здоровые, чтобы разрѣзъ получился полный, безъ всякихъ ущербовъ; самые близкіе къ центру слои, соотвѣтствующіе первымъ годамъ жизни дерева, менѣе всего заслуживаютъ довѣрія (въ городахъ напр. въ садахъ и проч. въ этомъ возрастѣ деревья подвергаются пересадкѣ, а при перемѣнѣ почвы могутъ весьма существенно измѣниться сразу условія питанія и роста).

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ:

1. **Учебникъ физики.** Курсъ реальныхъ училищъ. Составилъ *А. Бердниковъ.* Москва 1892 г. (стр. 343, черт. 329). Цѣна 2 р. (Складъ изданія въ кн. маг. А. А. Карцева—Москва, Мясницкая, Фуркасовскій пер. д. Обидиной).

2. **Опытъ матеріальной теоріи электричества и магнетизма.** *И. Полетики.* С.-Петербургъ 1892 г. (стр. 174, рис. 26). Цѣна 1 р. 50 к. (Изданіе Эггерсъ и К⁰—Спб., Невскій пр. № 11).

3. **Алгебра плоскости и пространства,** или Исчисленіе положенія. *Анатолій Богуславскій.* Москва 1891 г. (стр. 229, черт. 24). Цѣна 2 рубля, съ перес. 2 р. 20 коп. (Имѣется для продажи въ Кн. Складѣ Редакціи В. О. Ф.)

4. **Объ опредѣленіи критической температуры,** плотности насыщенныхъ паровъ и расширенія жидкостей изъ наблюденій съ запаянными трубками. *Б. Б. Голицынъ.* (Отд. отт. изъ IV т. Трудовъ Отдѣленія Физ. Наукъ Императорскаго Общества Люб. Естеств.) Москва 1891 г.

5. **Эпитрохоидальныя поверхности.** *П. Свѣшниковъ.* (Отд. отт. изъ „Изв. Каз. Физ.-Мат. Общества"). Казань. 1891 г.

6. **Научный Отдѣлъ на Французской выставкѣ въ Москвѣ.** *Слугиновъ.* Казань 1891 г.

7. **Наблюденія Земнаго магнитизма,** произведенныя въ магнитометеорологической обсерваторіи Императорскаго Казанскаго университета въ 1884 году, изд. подъ ред. проф. *Н. П. Слугинова.* Казань. 1891 г.

8. **Отчетъ о дѣятельности метеорологической станціи** при Темиръ-Ханъ-Шуринскомъ реальномъ училищѣ за первое десятилѣтіе (1881—1890 гг.) Завѣд. станціей, учителя *И. Пламеневскаго.* Тифлисъ. 1891 г.

9. **Наши свѣдѣнія объ эѳирѣ.** *Д. А. Гольдгаммера.* (Рѣчь, произнесенная въ торжественномъ собраніи Императорскаго Казанскаго университета 5 ноября 1890 года). Казань. 1890 г.

10. **Дополненіе закона гидродиффузіи и новые диффузіометры.** *Н. Умова.* (Отд. отт. изъ Журн. Р. Физ.-Хим. Общ."). С.-Петербургъ 1891 г.

11. **Элементарныя ортограммы** общаго типа. Составилъ *Н. Н. Д.* С.-Петербургъ. 1891 г. (Въ продажѣ не существуетъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ
НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Г. Вишневскій. Ариѳметическій задачникъ для начальныхъ училищъ и приготовительныхъ классовъ гимназій и реальныхъ училищъ (Часть I. Ариѳметическій задачникъ. Часть II. Примѣры для вычисленій и самостоятельныхъ упражненій учащихся.) Казань. 1892 г. Цѣна 35 коп., съ перес. 45 коп.

Я. В. Абрамовъ. Франклинъ, его жизнь, общественная и научная дѣятельность (съ портретомъ). (Біографическая библіотека Ф. Павленкова: «Жизнь замѣчательныхъ людей.») Спб. 1891 г. Цѣна 25 коп.

В. Ипатовъ. Методъ веденія упражненій въ механизмѣ вычисленій надъ цѣлыми отвлеченными числами (Пособіе для преподавателей низшихъ классовъ средне-учебныхъ заведеній). Ревель. (100 экз). Цѣна ?

М. Повало-Швыйковскій. Записки по химіи. Выпускъ I. Рязань 1891 г. (100 экз.) Цѣна ?

Г. С. Лиховицеръ. Химическій качественный анализъ неорганическихъ тѣлъ. Кіевъ 1892 г. Цѣна ?

Схема таблицы простыхъ чиселъ. Казань. 1891 г. (20 экз.) Цѣна ?

К. К. Абаза. Ариѳметика для солдатъ. (Въ текстѣ помѣщено 200 задачъ). Изд. 4-е исправл. Спб. 1892 г. Цѣна 25 коп.

М. М. Филипповъ. Паскаль, его жизнь, научная и философская дѣятельность (съ портретомъ). (Біографическая библіотека Ф. Павленкова: «Жизнь замѣчательныхъ людей.») Спб. 1891 г. Цѣна 25 коп.

И. Полетика. Опытъ матеріальной теоріи электричества и магнетизма. Спб. 1892 г. Цѣна 1 руб 50 коп.

Г. Вильдъ. О вліяніи установки термометровъ на ихъ показанія при опредѣленіи температуры воздуха (съ 2-мя таблицами). (Приложеніе къ 67-му тому Записокъ Импер. Ак Наукъ № 10.) Спб 1891 г. Цѣна 80 к.

Георгъ Стефенсонъ—изобрѣтатель паровозовъ. (Изданіе Общества распр. полезн. книгъ). Изд. 2-е. Москва 1892 г. Цѣна 10 к.

А. Г. Лякиде Въ океанѣ звѣздъ. Астрономическая Одиссея. Спб. 1892 г. Цѣна 1 р. 50 к.

А. Малининъ Курсъ физики для женскихъ учебныхъ заведеній. Изд. 7-е. Москва 1892. Цѣна 1 р. 25 к.

Подъ ред. *И В. Мушкетова.* Матеріалы для изученія землетрясеній Россіи (съ 2-мя картами). (Приложеніе къ 27-му тому Изв. Имп. Р. Геогр. Общ.) Спб. 1891 г. (120 экз.) Цѣна ?

М. А. Нетыкса. Сборникъ исполнительныхъ рисунковъ токарныхъ работъ для любителей, профессіональныхъ и ремесленныхъ школъ. Москва. 1892 г. Цѣна ?

Н. Новиковъ. Справочная книжка по физикѣ. Для учениковъ гимназій, реальныхъ и промышленныхъ училищъ. Кіевъ. 1891 г. Цѣна 30 к.

Н. Рыбкинъ. Собраніе стереометрическихъ задачъ, требующихъ примѣненія тригонометріи. Москва. 1892 г. Цѣна ?

Сообщенія Харьковскаго Математическаго Общества. Вторая серія. Томъ III. № 3. Харьковъ 1891 г.

В. Стрекаловъ. Карманная книжка для преподавателей математики и физики на 1890—1891 уч. годъ. Спб. 1890. Цѣна ?

Труды Общества испытателей природы при Имп. Харьковскомъ Университетѣ. (Томъ 23-й—1889 г. Томъ 24-й—1890 г.) Харьковъ. 1890, 1891 гг.

Н. А. Шапошниковъ и Н. К. Вальцовъ. Собраніе алгебраическихъ задачъ. Часть 2-ая. Для классовъ 5, 6, 7 и 8 гимназій и соотв. классовъ другихъ учебн. заведеній. Изд. 2-е, исправл. Москва. 1891 г. Цѣна 80 к.

(Продолженіе слѣдуетъ).

ЗАДАЧИ.

№ 291. Изъ двухъ прямоугольныхъ раціональныхъ треугольниковъ, подобныхъ египетскому треугольнику (3, 4, 5), и двухъ прям. рац. треугольниковъ, подобныхъ треугольнику (5, 12, 13), требуется составить раціональный вписуемый въ кругъ четыреугольникъ (антипараллелограммъ), т. е. такой, котораго какъ стороны, такъ и діагонали и площадь выражаются въ цѣлыхъ числахъ. Показать, что такихъ антипараллелограммовъ можетъ быть два типа: или съ взаимно перпендикулярными діагоналями, или съ двумя (противолежащими) углами прямыми. *Ш.*

№ 292. Не находя корней x_1 и x_2 уравненія $9x^2-24x-20=0$, составить такое уравненіе 4-ой степени, которое имѣло бы корни x_1, x_2, $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x_2}$. *З. Архимовичъ* (Новозыбковъ).

№ 293. Показать, что апоѳема правильнаго девятиугольника равна суммѣ разстояній его центра отъ наибольшей и наименьшей изъ его діагоналей. *Н. Паатовъ* (Спб.)

№ 294. Къ двумъ кругамъ радіусовъ R и r, разстояніе между центрами которыхъ равно a, проведены общія внѣшнія касательныя AB и CD. Вычислить отрѣзокъ прямой AD, заключенный между кругами. Изслѣдовать задачу. Какъ измѣнится рѣшеніе для случая внутреннихъ общихъ касательныхъ?

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 295. Твердое однородное тѣло имѣетъ видъ куба, ребро котораго равно a. На одной изъ граней этого тѣла дѣлаютъ углубленіе, имѣющее видъ полушарія, діаметръ котораго равенъ ребру a. Опредѣлить центръ тяжести полученнаго такимъ образомъ тѣла (куба съ шарообразнымъ углубленіемъ).

I. Каменскій (Пермь).

№ 296. Рѣшить уравненіе

$$x-\cfrac{1}{x-\cfrac{1}{x-\cfrac{1}{x-\ldots}}}+\sqrt{x^2-4}+\cfrac{1}{\sqrt{x^2-4}+\cfrac{1}{\sqrt{x^2-4}+\ldots}}=m$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 297. Цилиндрическій стеклянный сосудъ, съ тонкими стѣнками, наполненный водой, поставленъ на горизонтальную плоскость проекцій. Черезъ этотъ сосудъ пропущенъ лучъ свѣта, находящійся въ плоскости, проходящей черезъ ось цилиндра и наклоненный къ вертикальной плоскости проекціи подъ угломъ α.

Опредѣлить проекціи выходящаго луча и точки выхода, если даны проекціи входящаго луча и точки входа, и если преломленіемъ свѣта въ тонкихъ стѣнкахъ сосуда можно пренебречь. (Пок. преломл. для воды = $^4/_3$). *П. Андреяновъ* (Москва).

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ

въ гимназіяхъ Одесскаго Учебнаго Округа въ $18^{90}/_{91}$ уч. году.

(Продолженіе) *).

Керченская гимн. *По алгебрѣ:* „Неизвѣстный капиталъ, внесенный въ банкъ на простые проценты, даетъ ежегодно 540 руб. прибыли. Еслибы капиталъ этотъ уменьшился на 1000 руб. и приносилъ бы однимъ процентомъ менѣе, то прибыль, получаемая съ капитала, составляла бы 400 р. въ годъ. Какъ великъ капиталъ?“

По геометріи: „Отъ окружности радіуса R отдѣлена дуга AB въ 45°; черезъ конецъ этой дуги A проведена касательная, встрѣчающаяся въ точкѣ D съ продолженіемъ діаметра, проходящаго черезъ другой конецъ той же дуги. При вращеніи всего чертежа около упомянутаго діаметра окружность описала поверхность шара, а касательная—боковую поверхность конуса, основаніе котораго проходитъ черезъ точки прикосновенія поверхности конической и сферической. Найти отношеніе объема конуса къ объему шара и боковой поверхности конуса къ поверхности шара.“

По тригонометріи: „Меньшая изъ сторонъ паралеллограмма = 40 ф.; одна изъ діагоналей = 140,265 ф., а острый уголъ между діагоналями = 25°23'13". Найти величину другой діагонали.“

Кишиневская 1-я гимн. *По алгебрѣ:* „Долгъ въ 40000 руб. погашается полугодичными взносами по 1100 руб. Черезъ сколько лѣтъ будетъ погашенъ долгъ, если за пользованіе капиталомъ должникъ обязался уплачивать по $2^1/_2$% въ полугодіе?“

По геометріи: „Основаніе пирамиды ромбъ, коего сторона a = 2 метрамъ, а острый уголъ = 60°, вершина пирамиды на перпендикулярѣ къ основанію, проходящемъ черезъ вершину тупого угла на высотѣ 7 метровъ. Вычислить всю поверхность пирамиды.“

По тригонометріи: „Гипотенуза прямоугольнаго треугольника a = 7,314, а разность катетовъ 0,9341. Рѣшить треугольникъ.“

Кишиневская 2-я гимн. *По алгебрѣ:* „Нѣкто внесъ въ банкъ 10000 руб. по 5% и въ концѣ каждаго года бралъ по 800 руб. Сколько у него осталось черезъ 6 лѣтъ?“

По геометріи: „Паралеллограммъ ABCD, въ которомъ AD = = BC = 90 фут., AB = DC = 60 ф., а разстояніе стороны BC отъ вершины A = 40 ф., долженъ быть раздѣленъ на три равно-

---

*) См. № 128 В. О. Ф.

великія части двумя прямыми, выходящими изъ точки A. На сколько точки пересѣченія M и N этихъ прямыхъ со сторонами DC и CB удалены отъ вершины D и B?"

По тригонометріи: „По сторонѣ $c = 409$ ф. и прилежащимъ угламъ $A = 57°48'4''$ и $B = 17°3'42''$ опредѣлить радіусъ вписаннаго круга."

Маріупольская гимн. *По алгебрѣ:* „Найти 4 числа, изъ которыхъ первыя три составляютъ ариѳметическую, а послѣднія три геометрическую прогрессію. Сумма крайнихъ = 37, а сумма среднихъ = 36."

По геометріи: „Вычислить объемъ шара, вписаннаго въ прямой круговой конусъ, коего высота $h = 5$ м., а образующая $l = 13$ м. и опредѣлить отношеніе объема этого шара къ объему конуса."

По тригонометріи: „Опредѣлить x изъ уравненія:

$$\operatorname{Sec} x + \operatorname{Cosec} x = 2."$$

Николаевская гимн. *По алгебрѣ:* „Нѣсколько человѣкъ составило акціонерное общество; каждый пайщикъ внесъ по столько разъ 125 руб., сколько было участниковъ. Въ концѣ года они получили 720 р. прибыли и по разсчету оказалось, что каждый получилъ на свой капиталъ процентовъ втрое менѣе числа пайщиковъ. Сколько было участниковъ въ обществѣ?"

По геометріи: „Въ шаръ, радіусъ коего 6 дюймовъ, вписано тѣло, происшедшее отъ обращенія прямоугольнаго треугольника около гипотенузы, совмѣщающейся съ діаметромъ шара. Опредѣлить объемъ этого тѣла, полагая меньшій катетъ равнымъ радіусу."

По тригонометріи: „Рѣшить треугольникъ, въ которомъ одна сторона равна 35,76 ф., другая 29,07 ф., а уголъ между ними $18°10'10'',5$" *).

(Продолженіе слѣдуетъ.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 11 (2 сер.). Даны двѣ параллельныя прямыя MN и PQ и нѣкоторая сѣкущая AB, встрѣчающая MN въ точкѣ B. Въ той же плоскости дана точка C; черезъ нее требуется провести сѣкущую, пересѣкающую PQ, MN и AB соотвѣтственно въ точкахъ D, E и F такъ, чтобы отношеніе отрѣзковъ DE къ CF было равно данному отношенію $\frac{m}{n}$.

*) Редакція В. О. Ф. проситъ доставить ей точныя свѣдѣнія о темахъ для письменныхъ работъ по математикѣ въ $18^{90}/_{91}$ уч. году въ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ всѣхъ другихъ учебныхъ округовъ.

Соединивъ точки B и C, линію BG (G—точка пересѣченія PQ и BC) дѣлимъ на m равныхъ частей и на линіи CB откладываемъ n такихъ же частей и изъ послѣдней точки отложенія H проводимъ HF параллельно MN, точку F пересѣченія этой прямой съ продолженіемъ AB, соединяемъ съ C; линія FC будетъ искомая.

I. Теплицкій, А. Дукельскій (Кременчугъ), *И. Бѣлянкинъ, И. Бискъ, А. Рубиновскій* (Кіевъ), *В. Тюнинъ* (Уфа), *А. П.* (Пенза), *М. Пryсловъ* (Ревель).

№ 97 (2 сер.). Въ треугольникѣ ABC задано отношеніе угловъ $A : B : C = 2 : 3 : 7$ и дана его высота $h = CD$. Построить такой треугольникъ, пользуясь линейкой и однимъ только растворомъ циркуля. Опредѣлить стороны и площадь такого треугольника.

Углы искомаго треугольника $A = \frac{180°}{12} . 2 = 30°$; $B = \frac{180°}{12} . 3 = 45°$ и $C = \frac{180°}{12} . 7 = 105$.

Построеніе: изъ точки O произвольной прямой MN радіусомъ $= h$ описываемъ полуокружность и тѣмъ-же радіусомъ откладываемъ на ней хорды BL, LK (=KE). Изъ точекъ K и L радіусомъ $= h$ описываемъ дуги и точку ихъ пересѣченія O' соединяемъ съ O. Пересѣченіе OO' съ полуокружностью дастъ точку C. Строимъ хорду $CG = h$ и продолжаемъ ее до пересѣченія съ MN въ точкѣ A. C соединяемъ съ B. Треугольникъ ABC — искомый.

Дѣйствит. $\angle CBO = OCB = 45°$; $GCO = 60°$, слѣдовательно $\angle ACB = 105^0$ и $\angle CAB = 30^0$. Изъ $\triangle$ ACO имѣемъ $AC = 2h$; $AO = h\sqrt{3}$; $AB = h(\sqrt{3} + 1)$; $CB = h\sqrt{2}$; площадь $ABC = \frac{h^2(\sqrt{3} + 1)}{2}$.

А. П., Н. Николаевъ (Пенза), *И. Вонсикъ, А. Коганъ, А. Семеновъ, Г. Шиpинкинъ* (Воронежъ), *В. Россовская, П. Писаревъ, К. Щиголевъ* (Курскъ), *А. Рубиновскій, И. Бискъ* (Кіевъ), *А. Семенченковъ* (Донской К. К.), *М. Акопянцъ, О. Озаровская* (Тифлисъ), *А. Дукельскій* (Кременчугъ), *В. Тюнинъ, В. Рубцовъ* (Уфа), *А. Витковскій* (Великолуцкъ), *Е. Пригоровскій* (Спб.)

№ 99 (2 сер.). По данной образующей прямого конуса раздѣлать его боковую поверхность въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

Пусть SAB данный конусъ; CD—искомое сѣченіе, $SD = x$, $OB = y$, $O'D = z$ (радіусы сѣченій) и $SB = a$.

Изъ треугольниковъ OSB и O'SD находимъ

$$z = \frac{xy}{a}.$$

Боковая поверхность конуса ASB$=\pi ay$; CSD — $\pi xz = \frac{\pi x^2}{a} y$, усѣчен. конуса ACDB $= \pi ay - \frac{\pi x^2}{a} \cdot y = \frac{\pi y(a^2 - x^2)}{a}$.

По условію

$$\pi ay : \frac{\pi y(a^2 - x^2)}{a} = \frac{\pi y(a^2 - x^2)}{a} : \frac{\pi y x^2}{a},$$

откуда

$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

и

$$x = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

т. е. слѣдуетъ раздѣлить образующую въ крайнемъ и среднемъ отношеніи и отъ вершины конуса отложить большую часть.

А. П. (Пенза), *П. Андреяновъ, А. Лентовскій* (Москва), *Е. Пригоровскій, С. Тисъ* (Спб.), *В. Россовская* (Курскъ), *А. Даниловъ, В. Тюнинъ* (Уфа), *С. Ржаницынъ* (Троицкъ), *А. Дукельскій, М. Аренштейнъ* (Кременчугъ), *М. Акопянцъ, О. Озаровская* (Тифлисъ), *А. Витковскій* (Великолуцкъ), *И. Вонсикъ, Г. Ширинкинъ* (Воронежъ).

№ 140 (2 сер.). Рѣшить безъ помощи тригонометріи слѣдующую задачу: „Послѣдовательно изъ трехъ точекъ A, B и C по направленію къ башнѣ DE опредѣляютъ угловую высоту башни, когда AB $= a$, BC $= b$. Угловая высота въ точкѣ B вдвое болѣе угловой высоты въ A, а угловая высота въ точкѣ C втрое болѣе чѣмъ въ A. Опредѣлить высоту башни DE."

A′A = B′B = C′C = D′E = h—высотѣ угломѣрнаго снаряда. Пусть A′E $= y$, C′E $= z$, DE $= x$ и D′C′ $= u$.

Изъ △ A′C′E

$$\frac{z}{y} = \frac{b}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

а изъ равнобедреннаго △ C′EB′

$$y^2 = 2a^2 + 2a(b + u) \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Изъ △ C′EB′

$$a^2 = z^2 + b^2 + 2bu \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Изъ (1) и (2) находимъ

$$az^2 = 2b^2(a + b + u) \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

а изъ (3) и (4)

$$u = \frac{a^2 - ab - 2b^2}{2b} \text{ и } z^2 = b(a + b).$$

Наконецъ изъ △ C′D′E

$$x^2 = u^2 + z^2 = \frac{a^2}{4b^2}(3b - a)(a + b).$$

$$DE = h + \frac{a}{2b}\sqrt{(3b - a)(a + b)}$$

А. П. (Пенза), *Г. Ширинкинъ*, *Н Сафоновъ* (Воронежъ), *Я. Ястрембовъ* (Курскъ), *Поповъ 13-й*, *П. Архиповъ*, *В. Савельевъ* (Донской К. К.)

№ 167. (2 сер.). Показать, что, принимая радіусъ круга за единицу, зависимость между стороною a_n правильнаго вписаннаго въ кругъ многоугольника и стороною a_{3n} правильнаго вписаннаго въ тотъ же кругъ многоугольника тройного числа сторонъ, выражается уравненіемъ

$$a^3_{3n} - 3a_{3n} + a_n = 0.$$

Пусть $AB = a_n$ сторона правильнаго вписаннаго въ кругъ n-угольника; $AC = CD = DB = a_{3n}$ сторона правильнаго вписаннаго $3n$-угольника; CP перпендикуляръ изъ C на AB.

Четыреугольникъ ABCD равносторонняя трапеція, слѣдовательно $AB = CD + 2AP$ или $a_n = a_{3n} + 2AP$;

но $AP = AC \,.\, \mathrm{Cos}CAP = a_{3n}\mathrm{Cos}\frac{4d}{3n}$ $(\angle CAP = \angle AOC)$

поэтому $$a_n = a_{3n} + 2a_{3n}\left(\mathrm{Cos}^2\frac{2d}{3n} - \mathrm{Sin}^2\frac{2d}{3n}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Изъ треугольника AOC имѣемъ:

$$\mathrm{Sin}\frac{2d}{3n} = \frac{a_{3n}}{2}; \quad \text{откуда} \quad \mathrm{Cos}^2\frac{2d}{3n} = 1 - \frac{a^2_{3n}}{4}.$$

Вставляя эти значенія въ уравненіе (1), легко получимъ искомое соотношеніе.

А. П. (Пенза). *В. Россовская* (Курскъ), *А Байковъ* (Москва), *И. Бѣлянкинъ* (Кіевъ).

№ 178 (2 сер.). Найти цѣлые и положительные корни уравненія

$$10x + y = (x + y)^2.$$

Показать ариѳметическое значеніе этой задачи.

Выражая x черезъ y получимъ:

$$x = -y + 5 \pm \sqrt{25 - 9y}$$

Выраженіе подъ радикаломъ можетъ быть точнымъ квадратомъ только при $y=0$ и $y=1$, а соотвѣтственно $x=0$ и $x=8$. Слѣдоват. дѣйствительные, цѣлые и положительные корни суть: $x=8$ и $y=1$.

Рѣшеніе этой задачи можно свести къ такой: „найти двузначное число, представляющее квадратъ суммы своихъ цыфръ".

В. Россовская (Курскъ), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *А. Байковъ* (Москва), *А. П.* (Пенза), *П. Даниловъ* (Казань).

№ 186 (2 сер.). Даны двѣ окружности радіусовъ R и r, касающіяся внѣшнимъ образомъ. Называя разстояніе точки касанія отъ внѣшней общей касательной черезъ h, показать что

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{r}=\frac{2}{h}.$$

Пусть D точка касанія окружностей, точки A и B точки касанія общей касательной, C—основаніе перпендикуляра h.

Проведемъ BN || CM || OO' (линіи центровъ) до пересѣченія съ радіусомъ AO. Изъ △△ ABN и ACM найдемъ

$$\frac{BN}{CM}=\frac{AN}{AM} \text{ или } \frac{R+r}{R}=\frac{R-r}{R-h},$$

откуда

$$Rh+rh=2Rr,$$

или

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{R}=\frac{2}{h},$$

Н. Николаевъ, *А. П.* (Пенза), *А. Байковъ* (Москва), *И. Б.* (Кіевъ), *К. Щиголевъ* (Курскъ), *Б. Брутъ*, *Н. Архиповъ* (Пермь).

№ 191 (2 сер.). Найти въ цѣлыхъ числахъ длины сторонъ прямоугольника, периметръ и площадь котораго выражаются однимъ числомъ.

Обозначая стороны прямоугольника черезъ x и y, найдемъ $xy=2(x+y)$, откуда $\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{y}{2}-1\right)=1$. Это равенство возможно, если $\frac{x}{2}-1=a$ и $\frac{y}{2}-1=\frac{1}{a}$, гдѣ a неопредѣленное число. Отсюда $x=2a+2$, $y=\frac{2}{a}+2$.

y можетъ быть цѣлымъ и положительнымъ при $a=1$ и $a=2$, откуда $x=4$, $y=4$ и $x=6$, $y=3$.

О. Озаровская (Тифлисъ), *В. Россовская*, *К. Щиголевъ* (Курскъ), *А. К.* (Воронежъ), *Б. Брутъ*, *Н. Архиповъ* (Пермь), *А. Байковъ* (Москва), *А. Даниловъ* (Казань), *Я. Тепляковъ* (Радомысль).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 5 Февраля 1892 г.
Типо-литографія Штаба Одесскаго военнаго Округа, Тираспольская, № 14.